

УДК 621.7:519.85

Михалевич В. М.  
Добранюк Ю. В.  
Трач Є. А.

## АНАЛІТИЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ РАДІУСА ТОРЦІВ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗАГОТОВОК ПІД ЧАС ВІСЕСИМЕТРИЧНОГО ОСАДЖЕННЯ

Осадження циліндричних заготовок є одним із основоположних методів при дослідженні найважливіших властивостей матеріалів та основою найбільш поширених технологічних операцій із наявністю вільної поверхні. Наукові напрацювання стосовно цього процесу є базовими для створення та удосконалення переважної більшості теоретичних методик розрахунку технологічних параметрів різноманітних процесів пластичного деформування. Отже, отримані дані про особливості та закономірності цього процесу деформування мають надзвичайно великий теоретичний та практичний інтерес [1–5].

При вісесиметричному осадженні, у зв'язку із нерівномірністю деформацій, відбувається викривлення форми вільної поверхні, так зване бочкоутворення, від якого залежить напружено-деформований стан та граничні деформації матеріалу. Надзвичайно велику перевагу науковці насамперед надають задачам дослідження напружено-деформованого стану та граничних деформацій бічної поверхні циліндричних заготовок. З цією метою було удосконалено експериментально-аналітичну методику дослідження НДС вказаної небезпечної, стосовно накопичення розсіяних пошкоджень, частини заготовки, розроблено та апробовано моделі граничних деформацій бічної поверхні циліндричних заготовок під час нестационарного деформування при вісесиметричному осадженні [1–9].

Однак геометрія цих поверхонь є не менш важливою під час дослідження та удосконалення технологічних процесів на основі вісесиметричного осадження. Зокрема, для забезпечення певної конфігурації деталей під час їх виготовлення, прогнозування якості поверхонь та можливості руйнування [2–9]. Під час моделювання форми бічної поверхні циліндричних заготовок при осадженні використовується велика кількість підходів [2, 3, 5, 9–12]. Найвідомішими серед них є метод жорстких макроблоків, варіаційні підходи та ін. Переважна більшість запропонованих методик оцінки формозміни бічної поверхні циліндричних заготовок зосереджені на отриманні співвідношення для обчислення максимальних діаметрів вільної поверхні при деформуванні. В роботі [13] розроблено аналітичні залежності опису форми бічної поверхні, які відтворюють експериментальні дані вісесиметричного осадження в межах допустимої похибки їх визначення. Вказаний підхід базується на експериментально отриманих значеннях декількох діаметрів бічної поверхні заготовки, при цьому не отримано залежностей усіх геометричних параметрів заготовки від умов тертя на торцях та інших фізичних особливостей вказаного процесу деформування. В роботі [14] приведено методику аналітичного опису геометричних параметрів заготовки під час деформування. Проте в цій методиці відсутнє обґрунтування ключових аспектів побудови математичної моделі формозміни циліндричної заготовки під час процесу вісесиметричного осадження.

Метою даної роботи є з'ясування сутності припущень, що покладені в основу побудови моделі для аналітичного опису радіуса торців в залежності від умов тертя та ступеня стиску при вісесиметричному осадженні циліндричних заготовок.

Розробка аналітичного представлення геометричних параметрів заготовки при осадженні базується на врахуванні таких припущень [14]:

– забезпечення умови незмінного об'єму заготовки

$$V = S_0 \cdot H = const; \quad (1)$$

де  $S_0$ ,  $H$  – площа поперечного перерізу та висота заготовки до деформування;

– течія матеріалу має лише радіальний та осьовий компоненти;

– під час осадження забезпечується симетрія заготовки відносно її вісі, тобто розглядається вісесиметричне осадження;

– радіус торців заготовки  $r(h)$  визначається із диференціального рівняння:

$$\frac{dr(h)}{dh} = c(h) \cdot k \cdot \frac{1}{r(h)}, \quad (2)$$

де  $h$  – поточна висота здеформованої заготовки,  $c(h)$  – невідома функція, яка враховує пропорційність;  $k$  – коефіцієнт тертя на торцях заготовки:

1)  $k=1$  – тертя відсутнє. Бічна сторона паралельна вісі заготовки, при цьому радіус торців набуває максимально можливого значення:

$$r = r_0 \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}, \quad (3)$$

де  $r_0$ ,  $r$  – початковий та поточний радіуси торців.

2)  $k=0$  – максимальне тертя. Основа не змінює початкові розміри

$$r = r_0 = \text{const}, \quad (4)$$

а бічна сторона максимально деформується.

3)  $0 < k < 1$  – радіуси торців збільшуються, бічна сторона деформується (рис. 1). При цьому радіуси торців задовольняють нерівність:

$$r_0 < r < r_0 \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}, \quad (5)$$

В роботі [14] в аналогічному співвідношенні, яке приведено для площі торців, авторами допущена помилка, оскільки поточна площа торців пропорційна не  $\sqrt{H/h}$ , а  $H/h$ .

– будь-який осьовий переріз є симетричною кривою, яку апроксимуємо параболою.

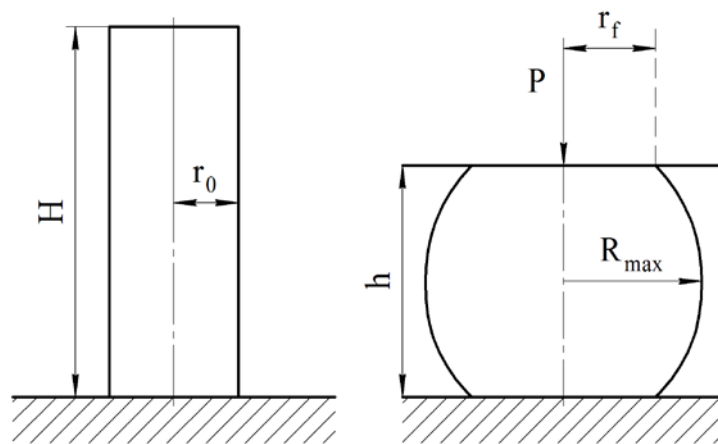


Рис. 1. Схематичне представлення процесу вісесиметричного осадження

Представлена в роботі [14] методика побудови математичної моделі радіуса торців базується на конструюванні диференціального рівняння (2) та знаходженні його розв'язку. При цьому відсутнє як обґрунтування структури цього рівняння, так і його аналіз у співставленні з механікою формозміни циліндричної заготовки під час процесу вісесиметричного осадження. Вказані особливості знижують теоретичну цінність та практичне значення отриманих аналітичних співвідношень.

Уведення невідомої функції  $c(h)$  в рівняння (2) збільшує невизначеність сутності припущень, що покладено в основу здобуття співвідношення для  $r(h)$ . Основна частина методики здобуття співвідношення для радіуса торця, що представлена в роботі [14], полягає у

знаходженні невідомої функції пропорційності  $c(h)$ . Розв'язанням диференціального рівняння (2) отримано вираз для визначення  $r(h)$ , який містить вказану невідому функцію:

$$r(h) = \sqrt{2 \cdot k \cdot \int c(h) \cdot dh + C}. \quad (6)$$

Константу інтегрування  $C$  знаходимо із виконання початкової умови  $r(H) = r_0$  [14]:

$$C = r_0^2 - 2 \cdot k \cdot \int_0^H c(h) \cdot dh. \quad (7)$$

Використовуючи умову незмінності об'єму заготовки (1), із врахуванням умови ідеального осадження (тертя на торцях відсутнє –  $k = 1$ ), оскільки саме за даних умов ми отримаємо максимально можливий радіус торців при вісесиметричному осадженні, знаходимо невідому функцію  $c(h)$ .

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2(h) = H \cdot \pi \cdot r_0^2. \quad (8)$$

$$r^2(h) = \frac{H}{h} \cdot r_0^2. \quad (9)$$

$$\left[ 2 \cdot k \cdot \int c(h) \cdot dh + r_0^2 - 2 \cdot k \cdot \int_0^H c(h) \cdot dh \right]_{k=1} = \frac{H}{h} \cdot r_0^2. \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \int c(h) \cdot dh &= \left[ \frac{1}{2 \cdot k} \cdot \left( \frac{H}{h} \cdot r_0^2 - r_0^2 + 2 \cdot k \cdot \int_0^H c(h) \cdot dh \right) \right]_{k=1} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{H}{h} \cdot r_0^2 - r_0^2 + 2 \cdot \int_0^H c(h) \cdot dh \right). \end{aligned} \quad (11)$$

$$c(h) = \left( \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{H}{h} \cdot r_0^2 - r_0^2 + 2 \cdot \int_0^H c(h) \cdot dh \right) \right)'_h = -\frac{H \cdot r_0^2}{2 \cdot h^2}. \quad (12)$$

В роботі [14] без належного обґрунтування покладається, що

$$\int_0^H c(h) \cdot dh = c(H) = -\frac{r_0^2}{2 \cdot H}, \quad (13)$$

із урахуванням цього співвідношення (11) набуває вигляду:

$$\int c(h) \cdot dh = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{H}{h} \cdot r_0^2 - r_0^2 - \frac{k \cdot r_0^2}{H} \right). \quad (14)$$

Із виразу (6) з урахуванням співвідношень (7), (13), (14) отримано остаточний вигляд аналітичного співвідношення для опису радіуса торця при вісесиметричному осадженні

$$\begin{aligned} r(h) &= \sqrt{2 \cdot k \cdot \int c(h) \cdot dh + r_0^2 - 2 \cdot k \cdot \int_0^H c(h) \cdot dh} = \\ &= \sqrt{2 \cdot k \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{H}{h} \cdot r_0^2 - r_0^2 + 2 \cdot k \cdot \int_0^H c(h) \cdot dh \right) \right) + r_0^2 - 2 \cdot k \cdot \left( -\frac{r_0^2}{2 \cdot H} \right)} = \\ &= \sqrt{2 \cdot k \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{H}{h} \cdot r_0^2 - r_0^2 + 2 \cdot k \cdot \left( -\frac{r_0^2}{2 \cdot H} \right) \right) \right) + r_0^2 - 2 \cdot k \cdot \left( -\frac{r_0^2}{2 \cdot H} \right)} = \\ &= \sqrt{k \cdot r_0^2 \cdot \left( \frac{H}{h} - 1 \right) + r_0^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Отже, запропонована методика побудови аналітичного представлення радіуса торців при вісесиметричному осадженні [14] має ряд недоліків. Серед них відсутність обґрунтування структури диференціального рівняння, що покладено в основу побудови моделі, штучне її ускладнення, непрозорість проміжних викладок та їх зв'язків з механікою формозміни циліндричної заготовки.

Авторами даної роботи розроблено альтернативну методику аналітичного представлення радіусу торців при вісесиметричному деформуванні.

Розглянемо процес осадження за умови відсутності тертя на торцях, що супроводжується відсутністю бочкоутворення бічної поверхні заготовки. У цьому випадку радіус циліндричної заготовки збільшується із зменшенням його висоти під час деформування та залишається незмінним по висоті для фіксованого деформованого стану. Математична модель для радіуса циліндричної заготовки (9) впливає із умови сталості об'єму.

За умови наявності тертя на торцях, при деформуванні заготовки форма бічної поверхні набуває бочкоподібної форми, а радіус торців – значення, яке менше за те, яке ми отримали б за умови відсутності тертя на торцях. Отже, побудову математичної моделі для радіуса торця із врахуванням коефіцієнта тертя на торцях  $k$  логічно здійснювати на основі узагальнення співвідношення (9). При цьому для отриманого співвідношення має виконуватися початкова умова

$$r(H)=r_0. \quad (16)$$

Структурний вигляд шуканого співвідношення, що узагальнює (9), можна шукати шляхом представлення та апробації різних варіантів вказаного виразу. Більш простим, природним та обґрунтованим у цьому випадку виявляється підхід, згідно якого коефіцієнт тертя враховується в диференціальному рівнянні, що характеризує швидкість зміни радіусу торців при вісесиметричному осадженні в залежності від поточної висоти циліндричної заготовки під час її деформування. Для отримання вказаного диференціального рівняння продиференційовано праву та ліву частини співвідношення (9)

$$2 \cdot r(h) \cdot dr(h) = -r_0^2 \cdot \frac{H}{h^2} \cdot dh. \quad (17)$$

Із отриманого виразу (17) знаходимо шукану швидкість зміни радіусу торців при вісесиметричному осадженні за умови відсутності тертя на торцях

$$\frac{dr(h)}{dh} = -\frac{1}{2} \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h^2} \cdot \frac{1}{r(h)}. \quad (18)$$

Для узагальнення співвідношення (18) з метою врахування наявності тертя на торцях, приймаємо до уваги такі міркування: за умови наявності тертя радіус торця буде меншим за рівномірний радіус заготовки за умов відсутності тертя на торцях для однакових ступенів деформування

$$r_f(h, K) < r_f(h, K=0) \text{ при } K > 0, K=1-k, \quad (19)$$

де  $r_f(h, K)$  – радіус торця з урахуванням тертя на торцях.

Відповідну залежність мають і швидкості зміни радіусів торців.

$$\left| \frac{dr_f(h, K)}{dh} \right| < \left| \frac{dr_f(h, K=0)}{dh} \right|. \quad (20)$$

Враховуючи отримані залежності, висуваємо гіпотезу, що швидкість зміни радіусу торців прямо пропорційна коефіцієнту тертя на торцях. При цьому коефіцієнт тертя на торцях задовольняє нерівності

$$0 \leq K \leq 1, \quad (21)$$

а шукане диференціальне рівняння набуває вигляду:

$$\frac{\partial r_f(h, K)}{\partial h} = -(1-K) \cdot \frac{1}{2} \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h^2} \cdot \frac{1}{r_f(h)}. \quad (22)$$

За умов відсутності тертя ( $K=0$ ) рівняння (22) стає тотожним (18). За умов максимально можливого тертя ( $K=1$ ) згідно (22) радіус торця залишається незмінним у процесі деформування.

Розв'язанням диференціального рівняння (22) отримуємо співвідношення для аналітичного представлення радіуса торців при вісесиметричному осадженні.

$$\int r_f(h, K) \cdot dr_f(h) = -\frac{1}{2} \cdot (1-K) \cdot r_0^2 \cdot H \cdot \int \frac{dh}{h^2}. \quad (23)$$

$$r_f^2(h, K) = (1-K) \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h} + C(K). \quad (24)$$

Функцію  $C(K)$  в співвідношенні (24) знаходимо із необхідності виконання початкової умови (16), що набуває вигляду  $r_f(h=H, K) = r_0$ ,

$$C(K) = \left( r_f^2(h, K) - (1-K) \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h} \right) \Big|_{r_f(h, K)=r_0}^{h=H} = r_0^2 - (1-K) \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{H} = K \cdot r_0^2. \quad (25)$$

Із урахуванням виразу (25), формула (24) набуде вигляду:

$$r_f^2(h, K) = (1-K) \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h} + K \cdot r_0^2 = r_0^2 \cdot \left( \frac{H}{h} + K \cdot \left( 1 - \frac{H}{h} \right) \right). \quad (26)$$

Отже, аналітичне представлення радіусу торців під час вісесиметричного осадження при нестационарному деформуванні, тобто за умови наявності тертя на торцях заготовки, набуває вигляду:

$$r_f(h, K) = r_0 \cdot \sqrt{\frac{H}{h} + K \cdot \left( 1 - \frac{H}{h} \right)}. \quad (27)$$

Отриманий вираз (27) ідентичний виразу (15), що отриманий відповідно до методики, яка представлена в роботі [14].

Більш високий ступінь прозорості методики побудови математичної моделі сприяє кращій її усвідомленості, що в свою чергу закладає краще підґрунтя для подальшого розвитку моделі. Шляхом аналізу співвідношення (27) запропоновано альтернативну модель

$$r_f(h, K) = r_0 \cdot \left( \sqrt{\frac{H}{h}} + K \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{H}{h}} \right) \right), \quad (28)$$

що так само, як і (27), задовільнює умови

$$r_f(h=H, K) = r_0, \quad r_f(h, K=0) = r(h), \quad r_f(h, K) < r_f(h, K=0) \text{ при } K > 0, \quad (29)$$

Можна показати, що на відміну від співвідношення (27) модель (29) є розв'язком лінійного диференціального рівняння першого порядку.

Використовуючи співвідношення (27), (28), для конкретних початкових геометричних розмірів заготовки, можна обчислити радіус торців на будь-якому ступені осадження. Цікавим є те, що для певного діапазону зміни ступеня деформації із співвідношень (27) та (28) впливають дуже близькі числові результати (рис. 2).

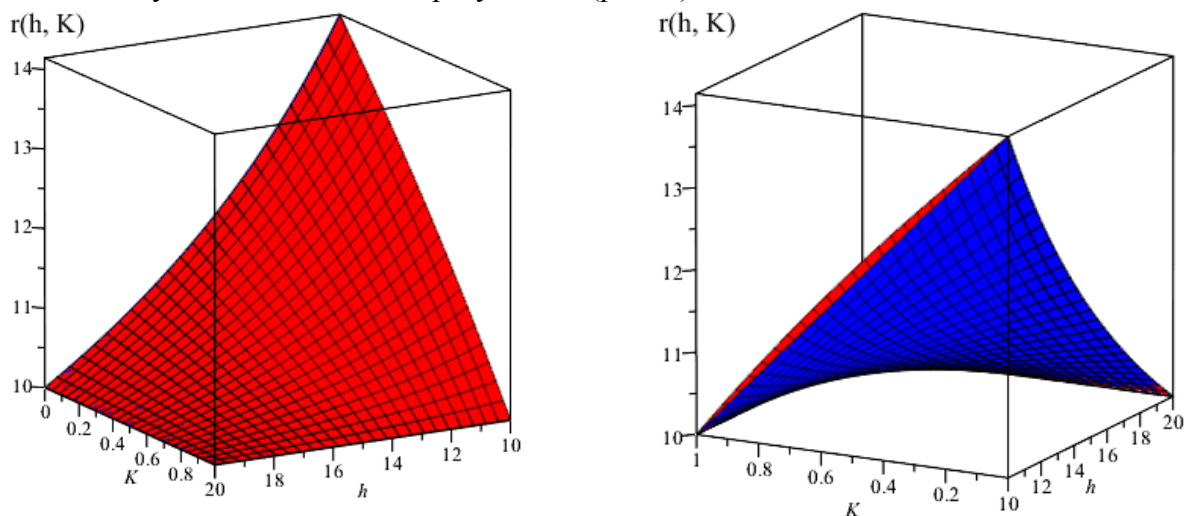


Рис. 2. Залежність радіусу торця від коефіцієнта тертя та ступеня стиску при вісесиметричному осадженні при  $r_0 = 10 \text{ mm.}$ ,  $H = 20 \text{ mm.}$

## ВИСНОВКИ

Розроблена методика побудови моделі для аналітичного опису радіуса торців в залежності від умов тертя та ступеня стиску при вісесиметричному осадженні циліндричних заготовок є більш простою та прозорою і в явному вигляді містить закладені гіпотези та умови механіки формозміни. Такий підхід сприяє кращому розумінню особливостей моделі, усвідомленню різних шляхів побудови її альтернативних варіантів, що, в свою чергу, закладає підґрунтя як для подальшого розвитку моделі, так і для її аналізу.

Вказану методику покладено в основу створення математичної моделі динаміки формозміни бічної поверхні циліндричної заготовки при осадженні.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Смирнов-Аляев Г. А. *Сопrotивление материалов пластическому деформированию. Инженерные методы расчета операций пластической обработки материалов* / Г. А. Смирнов-Аляев. – М.–Л. : Машигиз, 1961. – 463 с.
2. Огородников В. А. *Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении* / В. А. Огородников. – К. : УМК ВО, 1989. – 152 с.
3. Матвийчук В. А. *Совершенство процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов : монография* / В. А. Матвийчук, И. С. Алиев. – Краматорск : ДГМА, 2009. – 268 с. – ISBN 978-966-379-317-7.
4. Михалевиц В. М. *Тензорні моделі накопичення пошкоджень* / В. М. Михалевиц. – Вінниця : УНІВЕРСУМ–Вінниця, 1998. – 195 с. – ISBN 966-7199-20-7.
5. Михалевиц В. М. *Моделирование напряжено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні : монографія* / В. М. Михалевиц, Ю. В. Добранюк. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 180 с. – ISBN 978-966-641-532-8.
6. Михалевиц В. М. *Моделирование пластического деформирования цилиндрического образца при торцевом сжатии* / В. М. Михалевиц, А. А. Лебедев, Ю. В. Добранюк // *Пробл. прочности*. – 2011. – № 6. – С. 5–22.
7. Mikhalevich V. M. *Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression* / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev, Yu. V. Dobranyuk // *Strength of Materials*. – 2011. – Volume 43. – Number 6 (2011). – P. 591–603. – DOI : 10.1007/s11223-011-9332-7.
8. *Прогнозування граничного стану бічної поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні* / В. М. Михалевиц, В. А. Матвийчук, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // *Обработка металлов давлением : сборник научных трудов*. – Краматорск : ДГМА, 2012. – № 1 (30). – С. 24–30.
9. Добранюк Ю. В. *Моделирование за допомогою програмного комплексу DEFORM 3D напряжено-деформованого стану на бічній поверхні циліндричного зразка під час торцевого стиснення* / Ю. В. Добранюк, Л. І. Алієва, В. М. Михалевиц // *Обработка металлов давлением: сборник научных трудов*. – Краматорск : ДГМА, 2010. – № 4 (25). – С. 3–10.
10. *Теория обработки металлов давлением* / И. Я. Тарновский [и др.]. – М. : Металлургиздат, 1963. – 665 с.
11. Васильев К. И. *Моделирование процесса формоизменения цилиндрической заготовки при открытой осадке и прогнозирование возникновения трещины на боковой поверхности* / К. И. Васильев, М. В. Соловьев, К. М. Шаронов // *Вісник Національного технічного університету «ХПІ» : збірник наукових праць. Тематичний випуск «Нові рішення в сучасних технологіях»*. – Харків : НТУ «ХПІ», 2009. – № 31. – С. 88–92.
12. Воронцов А. Л. *Определение формы боковой поверхности заготовок при осадке* / А. Л. Воронцов // *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением*. – 2007. – № 3. – С. 7–16.
13. Михалевиц В. М. *Формозміна бічної поверхні циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження* / В. М. Михалевиц, Ю. В. Добранюк, Е. А. Трач // *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск «Нові рішення в сучасних технологіях»*. – Харків : НТУ «ХПІ», 2013. – № 42 (1015). – С. 126–131.
14. Walter Gander *Solving problems in scientific computing using Maple and Matlab* / Walter Gander, Jiri Hrebicek // *Springer Berlin Heidelberg New York*. – 4th edition. – 2004. – 520 p.

## REFERENCES

1. Smirnov-Aljaev G. A. *Soprotivlenie materialov plasticheskomu deformirovaniju. Inzhenernye metody rascheta operacij plasticheskoy obrabotki materialov* / G. A. Smirnov-Aljaev. – М.–L. : Mashgiz, 1961. – 463 s.
2. Ogorodnikov V. A. *Deformiruemost' i razrushenie metallov pri plasticheskom formoizmenenii* / V. A. Ogorodnikov. – K. : UMK VO, 1989. – 152 s.
3. Matvijchuk V. A. *Sovershenstvovanie processov lokal'noj rotacionnoj obrabotki davleniem na osnove analiza deformiruemosti metal lov : monografija* / V. A. Matvijchuk, I. S. Alijev. – Kramatorsk : DGMA, 2009. – 268 s. –

ISBN 978-966-379-317-7.

4. Mihalevich V. M. *Tenzorni modeli nakopichennja poszkodzen'* / V. M. Mihalevich. – Vinnicja : UNIVERSUM–Vinnicja, 1998. – 195 s. – ISBN 966-7199-20-7.

5. Mihalevich V. M. *Modeljuvannja napruzhenno-deformovanogo ta granichnogo staniv poverhni cilindrichnih zrazkiv pri torcevom stisnenni* : monografija / V. M. Mihalevich, Ju. V. Dobranjuk. – Vinnicja : VNTU, 2013. – 180 s. – ISBN 978-966-641-532-8.

6. Mihalevich V. M. *Modelirovanie plasticheskogo deformirovanija cilindricheskogo obrazca pri torcevom szhatii* / V. M. Mihalevich, A. A. Lebedev, Ju. V. Dobranjuk // *Probl. prochnosti*. – 2011. – № 6. – S. 5–22.

7. Mikhalevich V. M. *Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression* / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev, Yu. V. Dobranyuk // *Strength of Materials*. – 2011. – Volume 43. – Number 6 (2011). – P. 591–603. – DOI : 10.1007/s11223-011-9332-7.

8. *Prognozuvannja granichnogo stanu bichnoi poverhni cilindrichnih zrazkiv pri torcevom stisnenni* / V. M. Mihalevich, V. A. Matvijchuk, Ju. V. Dobranjuk, E. A. Trach // *Obrabotka metallov davlenim* : sbornik nau-chnyh trudov. – Kramatorsk : DGMA, 2012. – № 1 (30). – S. 24–30.

9. *Dobranjuk Ju. V. Modeljuvannja za dopomogoju programnogo kompleksu DEFORM 3D napruzhenno-deformovanogo stanu na bichnij poverhni cilindrichnogo zrazka pid chas torceвого stisnennja* / Ju. V. Dobranjuk, L. I. Alieva, V. M. Mihalevich // *Obrabotka metallov davleniem*: sbornik nauchnyh trudov. – Kramatorsk : DGMA, 2010. – № 4 (25). – S. 3–10.

10. *Teorija obrabotki metallov davleniem* / I. Ja. Tarnovskij [i dr.]. – M. : Metallurgizdat, 1963. – 665 s.

11. *Vasil'ev K. I. Modelirovanie processa formoizmenenija cilindricheskoi zagotovki pri otkrytoj osadke i prognozirovanie vznikovenija treshhiny na bokovoj poverhnosti* / K. I. Vasil'ev, M. V. Solov'ev, K. M. Sharapov // *Visnik Nacional'nogo tehničnogo universitetu «HPI»* : zbirnik naukovih prac'. *Tematichnij vipusk «Novi rishennja v suchasni tehnologijah»*. – Harkiv : NTU «HPI», 2009. – № 31. – S. 88–92.

12. *Voroncov A. L. Opredelenie formy bokovoj poverhnosti zagotovok pri osadke* / A. L. Voroncov // *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka metallov davleniem*. – 2007. – № 3. – S. 7–16.

13. *Mihalevich V. M. Formozmina bichnoi poverhni cilindrichnih zagotovok pid chas visesimetrichnogo osadzhenija* / V. M. Mihalevich, Ju. V. Dobranjuk, E. A. Trach // *Visnik Nacional'nogo tehničnogo universitetu «HPI»*. *Zbirnik naukovih prac'. Tematichnij vipusk «Novi rishennja v suchasni tehnologijah»*. – Harkiv : NTU «HPI», 2013. – № 42 (1015). – S. 126–131.

14. *Walter Gander Solving problems in scientific computing using Maple and Matlab* / Walter Gander, Jiri Hrebicek // *Springer Berlin Heidelberg New York*. – 4th edition. – 2004. – 520 p.

Михалевич В. М. – д-р техн. наук, проф., зав. каф. ВМ ВНТУ;

Добранюк Ю. В. – канд. техн. наук, ст. викл. каф. ВМ ВНТУ;

Трач Є. А. – аспірант каф. ВМ ВНТУ.

ВНТУ – Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

E-mail: vmykhal@gmail.com, dobranuk@mail.ru

Статья поступила в редакцию 25.06.2015 г.